Билет №5

1) *Основные свойства нелинейных функций, нелинейности процесса управления (возникают управляющие воздействия, которые являются нелинейными) и нелинейности систем (возникают внутри самого объекта управления). Классификация нелинейностей. Типовые нелинейные элементы. К чему они относятся.*

Осн. св-во нелин-ф-ций

1. Нелин-ти, возник. в следствие управления системы (наследуемые)

2. Содержатся в системе для обеспечения ее функционирования.

$y_{НЛ_N} = F(x_1, \dot{x}_1, x_2, \ddot{x}_2$ и т.д., $x_N, \dot{x}_N)$ - не зав. от t

$y_N = F(\ldots, t)$ - зав. от времени

1: Насыщение, мертвая зона (зона нечувств-ти), сух. тр., гист., марг

Однознач/неоднозначные хар-ки

Гладкие/негладкие $\exists \frac{dy_N(x)}{dx}$ в кажд. т. $x \rightarrow$ гладк.

Симметрич/несиммет.

7.2. Классификация нелинейностей

1. Классификация нелинейных элементов

Нелинейные зависимости z = f(x) можно классифицировать по различным признакам:

1. По гладкости характеристик: гладкая - если в любой точке характеристики существует производная dz/dx, т. е. функция дифференцируема (рис. 1а, б); кусочно-линейная - характеристика, в которой производные имеют разрыв первого (рис.2а) или второго рода (рис. 2б).

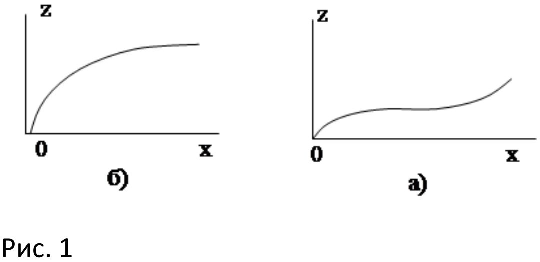


Рис. 1

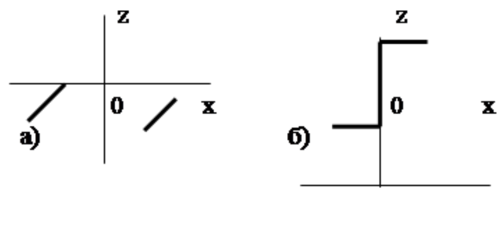


Рис.2

По однозначности: однозначные – в которых каждому значению входной величины соответствует одно значение выходной величины (рис. 3а); многозначные – в которых каждому значению входной величины х соответствует несколько значений выходной величины z (рис.3б, в, г).

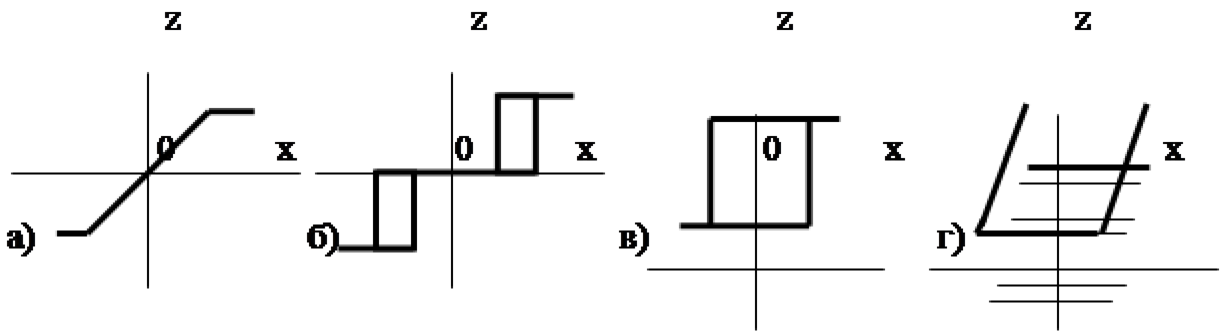


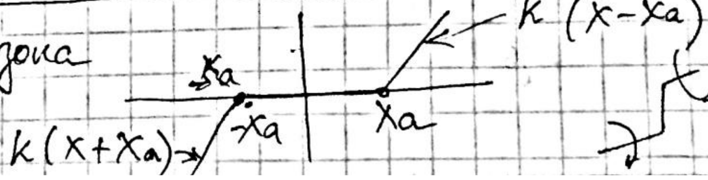
Рис. 3

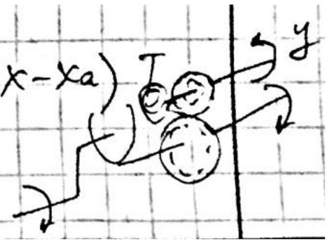
По симметрии: четно-симметричные - симметричные относительно оси ординат, т. е. z(x) = z (- x) (рис. 4а); нечетно-симметричные - симметричные относительно начала координат, при этом z (x) = - z (- x); не симметричные.

<u>8) Типовые нелинейные элементы. Нелинейные элементы с однозначными непрерывными характеристиками: мертвая зона, насыщение, насыщение с мертвой зоной.</u>

$\boxed{\text{Типичные нелин. эл-ты}}$

1. Мертвая зона

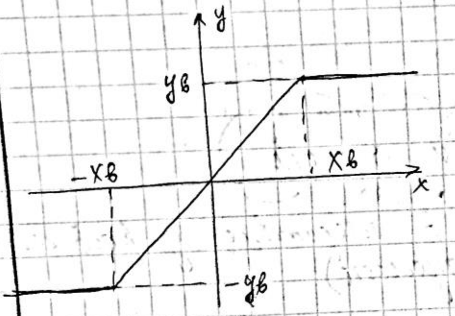




$$y_N = \begin{cases} 0, & |x| \leq x_a \\ k(x-x_a), & x > x_a \\ k(x+x_a), & x < -x_a \end{cases}$$

$\frac{x}{x_a} = \mu$ (для нормализации)

2. Насыщение

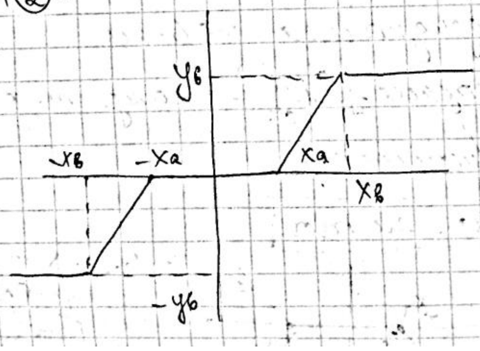


$$y_N = \begin{cases} kx & |x| \leq x_b \\ y_b \cdot \underbrace{\mathrm{sign}}_{\text{знак числа}}\, x; & |x| > x_b \end{cases}$$

$\frac{x}{x_b} = \mu$; $\frac{y_N}{k x_b} = \eta$

$$\eta = \begin{cases} \mu & |\mu| \leq 1 \\ \mathrm{sign}\, \mu & |\mu| > 1 \end{cases}$$ нормализованная х-ка

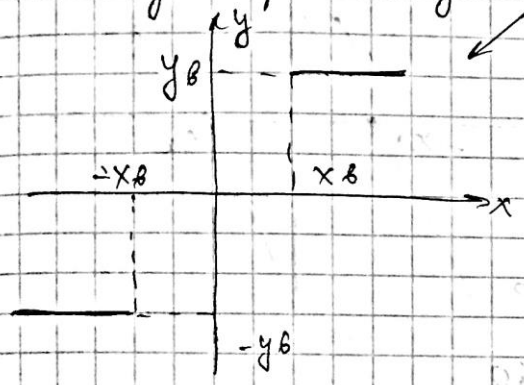
①+② =



$$\begin{cases} 0 \\ \mu - 1 \\ \mu + 1 \\ (m-1)\,\mathrm{sign}\, \mu \end{cases}$$

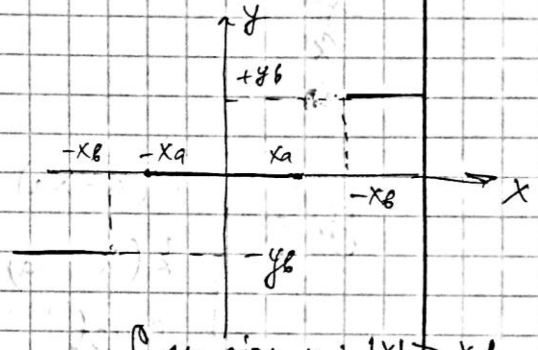
3. Нелин. эл-ты с однозначной разрывной хар-кой

2х позиц. реле без гистерезиса



$$y_н = \begin{cases} y_в \operatorname{sign} x \; ; & |x| \geq x_в \\ \text{неопр} & |x| < x_в \end{cases}$$

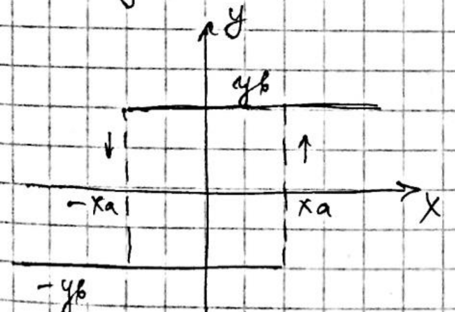
3х поз. реле б/гист



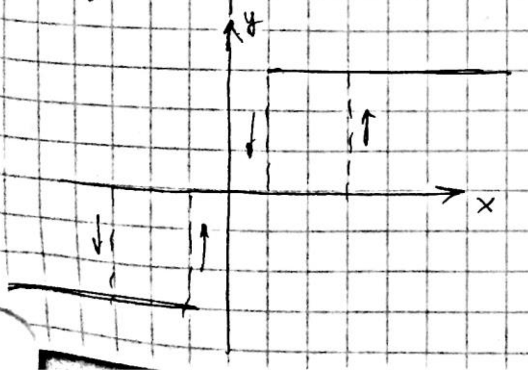
$$y_н = \begin{cases} y_в \operatorname{sign} x \; ; & |x| \geq x_в \\ 0 \; ; & |x| < x_a \\ \text{неопр.} & x_a < |x| < x_в \end{cases}$$

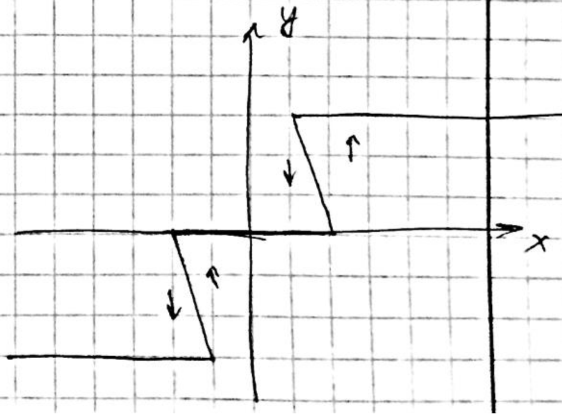
4. Класс с неоднозначными х-ками

2х пд реле



$$y_н = \begin{cases} +y_в, \; \cancel{x > -x} & -x_a < x < \infty \\ & \dot{x} < 0 \\ -y_в, & -\infty < x < x_a \\ & \dot{x} > 0 \end{cases}$$





2) Дискретная передаточная функция. Пример вычисления дискретной передаточной функции апериодического звена. Общее выражение и свойства для ДПФ. Статические системы, системы с астатизмом, реализуемость. Связь с импульсной переходной функцией, последовательное соединение подсистем

Наряду с разностным уравнением для описания динамических свойств дискретной системы используется передаточная функция. *Передаточной функцией* $H(z)$ дискретной системы называется отношение z-изображения выходной последовательности $y(n)$ к z-изображению входной последовательности $x(n)$ при нулевых начальных условиях:

$$H(z) = \frac{Z\{y(n)\}}{Z\{x(n)\}} = \frac{Y(z)}{X(z)}.$$

Передаточную функцию можно получить, применив z-преобразование к разностному уравнению. При этом учитывают свойства z-преобразования.

Статические системы

Если объект управления является статическим, коэффициент усиления импульсной системы можно определить, воспользовавшись теоремой о конечном значении

$$K = \frac{y(k \to \infty)}{u(k \to \infty)} = \lim_{z \to 1} G(z) = \frac{b_0 + b_1 + \ldots + b_m}{1 + a_1 + \ldots + a_m}. \qquad (3.4\text{-}15)$$

Системы с астатизмом

Если в объекте управления содержится «чистый» интеграл, импульсная передаточная функция системы имеет полюс при $z=1$

$$G(z) = \frac{1}{(1 - z^{-1})} \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \ldots + b_m z^{-m}}{1 + a_1' z^{-1} + \ldots + a_m' z^{-(m-1)}}. \qquad (3.4\text{-}16)$$

«Установившаяся» скорость изменения выходного сигнала такой системы при подаче на ее вход ступенчатого сигнала u_0 равна

$$\Delta y(k) = y(k) - y(k-1) = \frac{b_0 + b_1 + \ldots + b_m}{1 + a_1' + \ldots + a_m'} u_0. \qquad (3.4\text{-}17)$$

Если $b_0 \neq 0$, выход объекта претерпевает скачок при $k=0$. Однако для большинства реальных систем коэффициент b_0 равен нулю, поскольку при синхронной работе квантователей скачки невозможны хотя бы в силу инерционности исполнительных устройств и датчиков.

Реализуемость

Условия реализуемости формулируются по-разному, в зависимости от того, как записана дискретная передаточная функция — в виде функции переменной z или обратной ей переменной z^{-1}.

$$\text{а)}\quad G(z^{-1})=\frac{y(z)}{u(z)}=\frac{b_0+b_1z^{-1}+\ldots+b_mz^{-m}}{a_0+a_1z^{-1}+\ldots+a_nz^{-n}}\ .$$

Данная передаточная функция и соответствующее ей разностное уравнение реализуемы, если бесконечный ряд

$$G(z^{-1})=g(0)+g(1)z^{-1}+g(2)z^{-2}+\ldots\ ,$$

полученный путем деления полинома числителя на полином знаменателя (ср. с уравнением (3.4-7)), не содержит членов со степенями z^1, z^2,. . ., поскольку реакция импульсной системы должна подчиняться принципу причинности. Отсюда имеем следующие условия реализуемости:

$$\begin{aligned}&1)\ \text{если}\ b_0\neq 0,\quad \text{то}\quad a_0\neq 0;\\&\ \text{если}\ b_1\neq 0,\quad \text{то}\quad a_1\neq 0;\\&\qquad\vdots\\&2)\ m\leqslant n\\&\qquad\ \geqslant\end{aligned}\tag{3.4-20}$$

$$\text{б)}\quad G(z)=\frac{y(z)}{u(z)}=\frac{b_0'+b_1'z+\ldots+b_m'z^m}{a_0'+a_1'z+\ldots+a_n'z^n}\ .$$

Эта передаточная функция реализуема, если в соответствующем разностном уравнении

$$a_0'y(k)+\ldots+a_n'y(k+n)=b_0'u(k)+\ldots+b_m'u(k+m)$$

выходной сигнал $y(k+n)$ не зависит от более поздних значений выходного сигнала $u(k+m)$, что нарушало бы принцип причинности. Таким образом, для второй формы записи передаточной функции $G(z)$ условием реализуемости является выполнение неравенства

$$m\leqslant n.\tag{3.4-21}$$

При этом предполагается, что $a_n'\neq 0$.

Связь с импульсной переходной функцией

Импульсную переходную функцию можно определить по разностному уравнению (см. (3.4-13)), положив

$$\begin{aligned}&u(0)=1,\\&u(k)=0\ \text{для всех}\ k>0.\end{aligned}$$

Согласно уравнению (3.4-1), это означает, что на вход системы подан единичный импульс.

Подставив указанные величины в разностное уравнение, записанное в форме

$$y(k) = b_0 u(k) + \ldots + b_m u(k-m) - a_1 y(k-1) - \ldots - a_n y(k-n),$$

получим последовательность значений импульсной переходной функции:

$$\left.\begin{aligned}
&g(0) = b_0,\\
&g(1) = b_1 - a_1 g(0),\\
&g(2) = b_2 - a_1 g(1) - a_2 g(0),\\
&\cdot\\
&\cdot\\
&\cdot\\
&g(k) = b_k - a_1 g(k-1) - \ldots - a_k g(0) \quad \text{при } k \leqslant m,\\
&g(k) = \quad\; - a_1 g(k-1) - \ldots - a_m g(k-m) \quad \text{при } k > m.
\end{aligned}\right\} \qquad (3.4\text{-}22)$$

Последовательное соединение подсистем

При вычислении дискретной передаточной функции для совокупности линейных подсистем, соединенных последовательно, сначала следует объединить подсистемы, между которыми нет квантователей, и получить их передаточные функции. Далее эти передаточные функции перемножаются. Указанное правило поясняется примерами, представленными на рис. 3.4.3. Заметим, что в результирующих выражениях каждому квантователю [1]) соответствует один знак умножения.

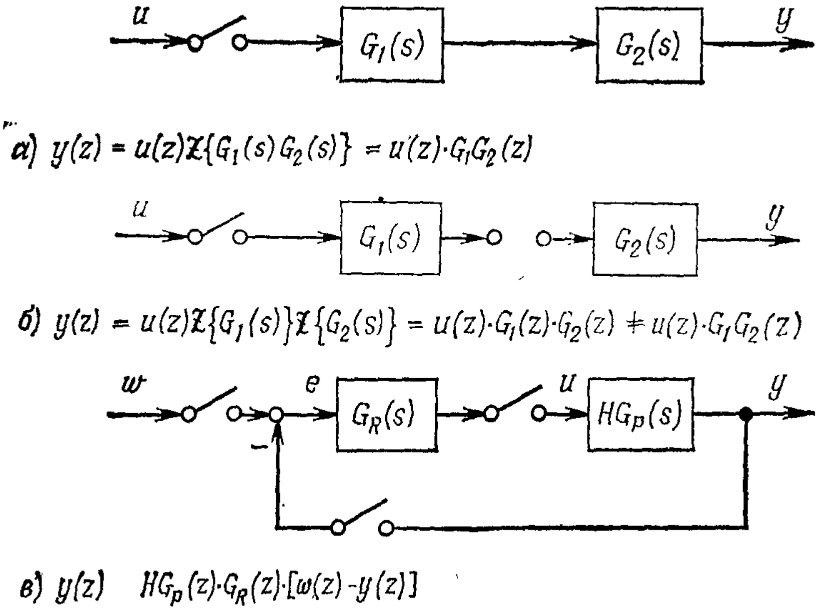


Рис. 3.4.3. Вычисление дискретной передаточной функции для ряда последовательно соединенных подсистем.